

Mathematik als Irrtum oder Irrglaube an deutschen Schulen

Warum können zu viele Kinder und Jugendliche nicht mehr rechnen? Warum fordern Mathematiker wieder Mathematik und nicht Rechnen zu lehren?

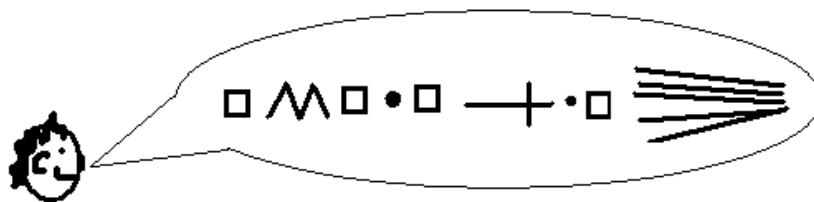
Um das zu verstehen genügen wenige Blicke in die Schulbücher unserer Kinder.

Es sind Rechenbücher, aber keine Mathematikbücher mehr.¹

Um den Unterschied zu verstehen, betrachtet man die historische Entstehung der Mathematik. Mathematik ist eine reine Hilfswissenschaft. Durch Zahlen, Gleichungen und Formeln werden natürliche, logische Zusammenhänge und Handlungen nur dokumentiert, welche die Menschen zuvor erkannt, begriffen oder erforscht hatten.

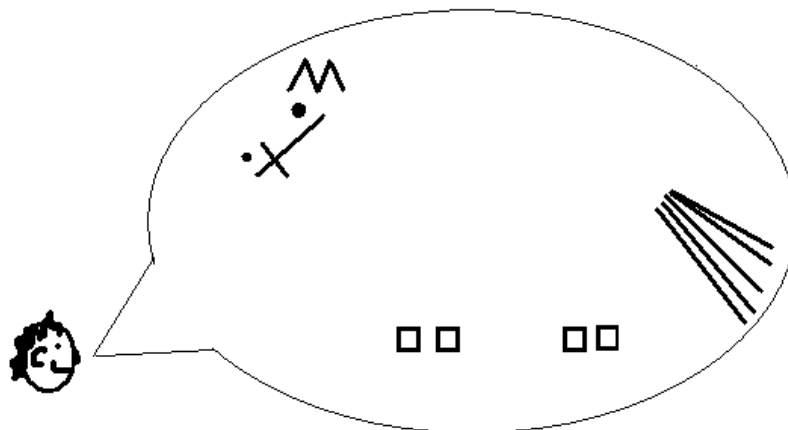
Heutige Lehrpläne geben vor, dass " Lösen von Aufgaben" zu lehren. Einzelne Themen sind zusammenhangslos ohne Vermittlung der Grundlagen abzuarbeiten.

Die Lehrbücher präsentieren den Schülern nur noch Ziffern, Formeln, etc.; die logischen Zusammenhänge dahinter werden vom Lehrer erklärt oder auch nicht.



So steht Mathematik im Lehrplan, zusammenhangsloses Abarbeiten von einzelnen Themen.

So einfach könnte es sein; zwischen verschiedenen Themen Beziehungen herstellen, so dass man Mathe als Ganzes begreift und sich Neues selber herleiten kann, statt weiter einzelne Themen zu pauken.



Engagierte Lehrer, welche nicht können, wie sie gerne wollen, müssen nun zwischen diesen Vorgaben irgendwie den Spagat schaffen. Dass sie dabei nicht zwischen mehreren hochwertigen Lehrbüchern wählen können, sondern meist das mit den wenigsten fachlichen Fehlern aussuchen müssen, erleichtert die Sache nicht gerade.

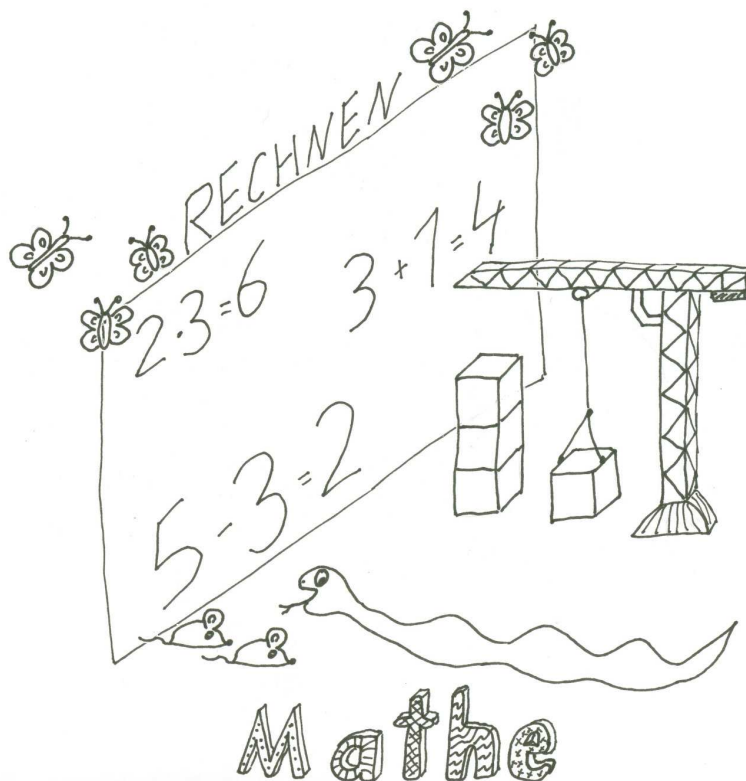
Auch Lehrer, welche nicht wollen, wie sie mindestens könnten, bleiben nicht allen Schülern erspart.

Irrtum1: Pauken statt begreifen

Kinder lernen Regeln, Formeln oder auch Ergebnisse auswendig; sie lernen rechnen. Aber vielen fehlt komplett jedes mathematische Bewusstsein, auch bis zum Ende des Abiturs.

Deshalb liegt es in der Verantwortung des einzelnen Lehrers oder der Eltern auch die Hintergründe und Zusammenhänge zu erklären und zu vermitteln.

Um dieses Problem zu lösen, muss man als erstes erkennen, dass es einen Unterschied gibt zwischen *Mathematik begreifen* und *Rechenregeln pauken*.¹ Mathematische Zusammenhänge kann man an Beispielen begreifen, erfahren und erkennen, niemand muss dies pauken.



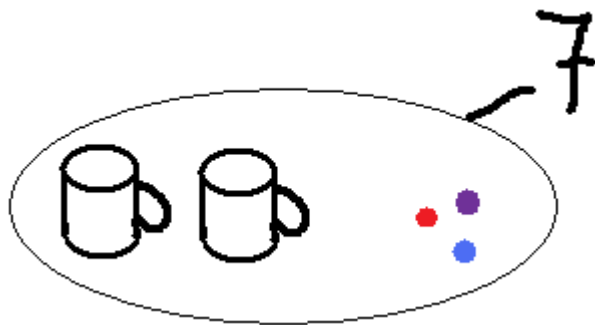
Der Unterschied!¹

Beispiel zur Erklärung des Unterschiedes

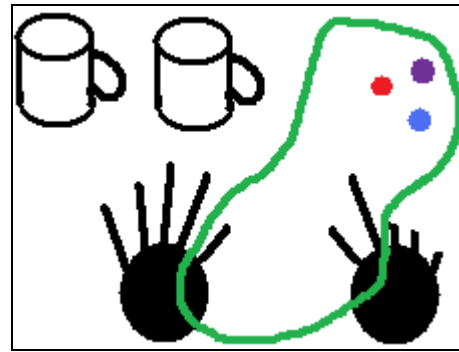
Mathematik begreifen

Ein sechsjähriges Kind wird vor folgende praktische Aufgabe gestellt:

Unter den Tassen sind Smarties versteckt. **Unter jeder Tasse ist die gleiche Anzahl von Smarties.** Mit den drei Smarties daneben liegen insgesamt 7 Smarties auf dem Tisch. Wenn du weißt wie viel jeweils unter einer Tasse liegen, kannst du sie alle essen.



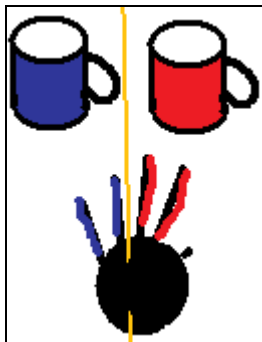
Hilfemöglichkeit zur Selbsterkenntnis:



Lege 7 Finger vor die Tassen und Smarties, überlege jetzt wieviel in den **Tassen insgesamt** ist.

Jetzt überlege wie viel in jeder Tasse ist.

Lösung: Pro Tasse = 2 Smarties



Versuchen Sie es weiter mit bis zu vier Tassen und einer Gesamtmenge von max. 10 oder 20 Smarties oder Gummibärchen, je nach Leistungsstand des Kindes.

Wenn Ihr 6-jähriges Kind diese mathematischen Zusammenhänge erkannt und begriffen hat, dann kann es etwas, was der Lehrplan erst in der 6. Klasse behandelt.

Es hat gelernt: - *das inhaltliche Lösen von Gleichungen mit den Rechengesetzen, einschließlich der Vorrangregeln*

Mathematik ist eine Hilfswissenschaft, welche natürliche Vorgänge nur dokumentiert. Obiges Beispiel wird so dokumentiert:

2 Tassen(mit gleichviel Smarties) + 3 Smarties = 7 Smarties

wir wissen, dass es um Smarties geht und lassen das Wort weg

2 Tassen + 3 = 7

zum Schreiben des Wortes Tassen sind wir zu faul und kürzen dies einfach als "t" ab

2 t + 3 = 7

Jetzt haben wir eine normale Gleichung, und müssen errechnen wie groß t (der Inhalt der Tassen) ist.

Nach obigem Üben mit den Tassen, kann Ihr Kind nun erst praktisch und dann im Kopf diese Form der Gleichungen mit den Tassen nachstellen und lösen.

Es stellt automatisch durch logische Gedankengänge die Gleichung richtig um, ohne dass es Rechengesetze oder Vorrangregeln kennt. Es wird den Rechenweg $(7-3) : 2 = t$ nicht aufschreiben können, aber es kann sich das Ergebnis durch logisches Denken herleiten.

In der 6. Klasse wird es dann die Rechenregeln verstehen, da es die Grundlagen bereits begriffen hat. Es muss diese nicht auswendig pauken.

Rechenregeln pauken

Alle anderen pauken in der 6. Klasse so oder ähnlich :

Umstellen von Gleichungen

$$2t + 3 = 7$$

Erst wird der zweite Term entfernt durch + oder -(entgegengesetzte Rechenoperation)

$$2t + 3 = 7 / -3 \quad (\text{Von den gesamt 7 Smarties ziehe ich die drei ab,})$$

Kürzen auf beiden Seiten

$$2t = 4 \quad \text{die restlichen 4 Smarties}$$

Anwendung der entgegengesetzten Rechenoperation

$$2t = 4 / :2 \quad \text{teile ich dann genau auf die zwei Tassen auf.)}$$

Kürzen auf beiden Seiten

$$t = 2$$

Das WARUM dieser Regeln wird sich vielen nicht erschließen!

Obige Gegenüberstellung verdeutlicht:

- welches Potenzial unser Bildungssystem verschleudert und sich dann über schlechte PISA Studien wundert
- das Defizit der Lehrbücher- und Lehrpläne die nur der gute oder sehr gute Mathelehrer oder die Eltern ausgleichen können
- das Kinder alles verstehen, man muss es Ihnen nur altersgemäß darbieten und deren Erfahrungen und Umwelt berücksichtigen
- hinter jedem Gesetz/Rechenregel ein natürlicher Vorgang/Zusammenhang steht, welcher den Kindern nicht vorzuenthalten ist

¹ Die Unterscheidung in Rechnen und Mathematik dient hier nur der vereinfachten leicht verständlichen Darstellung. Wissenschaftlich betrachtet ist die Problematik natürlich viel komplexer.

Irrtum 2: Zahlenstrahl und Co.

Egal ob alte Ägypter, Babylonier oder Römer. Alle benutzen ein logisches systematisches Bündelungssystem, es gab keine Ziffern (0-9) wie wir sie heute benutzen. Trotzdem haben sie es auch ohne Zahlenstrahl geschafft große Bauwerke zu errichten, denen komplizierte Berechnungen zu Grunde liegen. Da viele heute schon trotz Zahlenstrahl an einfachen mathematischen Aufgaben scheitern, sollte man einmal über dessen Abschaffung in der Grundschule nachdenken, denn er verhindert das Begreifen der Zehnerbündelung.

Die Ägypter z.B. bündelten auch im Zehnersystem:

Einer wurden durch ein bestimmtes Symbol dargestellt. 10 Einer wurden gebündelt und durch das nächste Symbol dargestellt, 10 davon (10er) wurden wiederum gebündelt und durch das nächste Symbol dargestellt, usw. Jeweils 10 Symbole werden durch das nächst höhere Symbol dargestellt.

$$| = 1 \quad \text{9} = 10 \quad \text{9} = 100 \quad \text{9} = 1000$$

Die Anzahl der jeweiligen Bündel spiegelt die Gesamtzahl wieder. Es gab keine Ziffern.

$$\begin{array}{ccc} ||| & \text{9999} & \text{9} \\ 3 \text{ Einer} & 4 \text{ Zehner} & 1 \text{ Hunderter} = 143 \end{array}$$

Die Ägypter schrieben die Zahlen von links nach rechts. Man kann bei diesem System den Zahlenwert aber auch in jeder anderen Schreibweise erkennen.

$$\text{9} \text{ 9999} \quad ||| \quad \text{oder} \quad ||| \text{ 9} \text{ 9999}$$

Unser Zahlensystem funktioniert mit der gleichen Bündelungsmethode, nur erfolgt die Darstellung anders.

Den Einer-, Zehner-, etc. Stellen ist ein **ganz bestimmter Platz** zugewiesen und die Anzahl der jeweiligen Stelle wird hier durch ein Symbol (Ziffer) dargestellt. Es **muss** von rechts nach links zum nächst Höheren gebündelt werden. Ein Zahlendreher hat im Gegensatz zum ägyptischen System seine Folgen.

immer 100er	immer 10 er	immer 1er
1	4	3

Im Mathebuch 5. Klasse des Cornelsenverlages habe ich folgendes gefunden. *"Erst vor knapp 200 Jahren `erfanden` die Inder das **Zehnersystem** und verwendeten dabei die Null als *"Platzhalter"*. Fast gleichzeitig wurde auch in Mittelamerika und in Babylonien die Null erfunden."*

Also das Zehnersystem (Zehnerbündelung) wurde bereits von den alten Ägyptern und Römern genutzt. Bei diesen Systemen brauchte es keiner Null. Die Inder erfanden unser heutiges **Ziffernsystem**. Bei diesem ist die richtige Reihenfolge der Ziffern zur Erkennung des Zahlenwertes dringend notwendig. Ist z. B. kein Zehner vorhanden, muss das irgendwie

gekennzeichnet werden. Nur dafür wurde die Null eingeführt. (Die Form der Null könnte ein Loch, also "Nichts" darstellen.)

Egal wie die Darstellung der Zahlen erfolgte, gerechnet wurde in allen Kulturen mit einer Bündelung (meist 10), durch Zählsteine, Zähllinien oder mit dem Abakus.

Um Rechnen zu können, ist es absolut ausreichend die Menge bis 10 zu erfassen und das Bündelungssystem zu begreifen.

10 Einheiten werden immer durch eine nächst höhere ersetzt, oder umgekehrt. Zur besseren Übersichtlichkeit erfolgt bei einigen Systemen noch eine zusätzliche 5er Bündelung.



Photographer:

Mike Cowlishaw (aus der englischen Wikipedia)

Die Römer haben mit Ihren Zahlen nicht gerechnet, sondern sie nur zur Darstellung genutzt. Gerechnet wurde mit dem Abakus, welcher im oberen Bereich, wie das römische Zahlensystem, mit der 5er Bündelung arbeitet. (Japanische Abaken funktionieren noch genauso).

M	D	C	L	X	V	I
••	•	•••		•••	•	•••

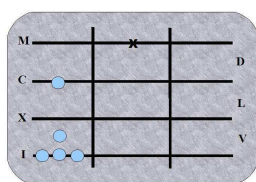
M=1000 D=500 C=100 L=50 X=10 V=5 I=1
Dargestellt ist die Zahl 2848

Wahrscheinlich wurden auch Rechenbretter mit Linien benutzt. Das Rechnen erfolgte dann mit Steinchen.



wikipedia:(A russian abacus. Photo taken by Staecker)

Der russische Abakus verzichtet auf die zusätzliche 5er Bündelung. Die Darstellung erfolgt hier von unten nach oben, wahrscheinlich nur aus praktischen Gründen. Diese Form des Abakus findet man groß und **stehend** in jedem alten Schulmuseum wieder. Für Rechenanfänger lässt sich damit auch der Zahlenraum bis 100 darstellen.



(Wikipedia, Urheber: Benutzer Fritzbruno)

Dargestellt ist hier ein Rechenbrett von Adam Ries, welches ebenfalls mit der 5er Bündelung und noch römischen Zahlen arbeitet.

Anmerkung: Die Babylonier benutzen ein System aus 10 er und 60 er Bündelung, welches wir heute noch in allen Uhren wiederfinden. 60 sec= 1 min, 60 min= 1 Stunde

Adam Ries wird oft als "Erfinder" der Mathematik oder großer Rechenmeister betrachtet. Was war wirklich seine Leistung?

Als das indische Ziffernsystem in Europa eingeführt wurde, war es viel zu abstrakt, um von Normalbürger verstanden zu werden. Nur Gelehrte kannten das System dahinter und konnten damit arbeiten. Adam Ries hat, wie andere auch, diesem System wieder eine praktische Form gegeben. Er hat es für die Menschen wieder verstehbar und angreifbar und damit begreifbar gemacht. Mit seinem leicht verständlichem Rechenbrett hat er "das Rad eigentlich zum zweiten Mal erfunden". Die Römer hatten bereits damit gerechnet, nur ist deren Wissen irgendwie in Mitteleuropa verloren gegangen.

Jede Kultur hat zum Begreifen und Verstehen der Mathematik seit 4000 Jahren auf das gleiche System zurückgegriffen. Eine einfache angreifbare, logische (Zehner)bündelung. Heute wurde die Zehnerbündelungsmaschine Namens Abakus zum Kinderspielzeug dekradiert, dessen Funktion unbekannt ist. Das Rechnen mit Fingern ist oft verpöht bis verboten. Stattdessen gibt es ein Folterinstrument, auch Zahlenstrahl genannt. Verschwörungstheoretiker könnten mutmaßen die Asiatische Welt hat diesen ins deutsche Schulsystem eingeschleust, um das deutsche Bildungsniveau weiter abzusenken. Asiatische Schüler benutzen immer noch den Abakus und sind in Vergleichen europäischen oder amerikanischen Schülern weit überlegen.

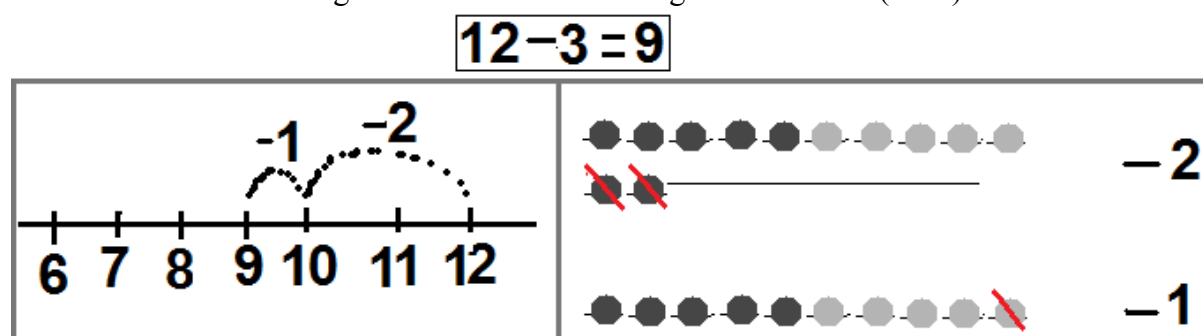
Wann der Zahlenstrahl erstmalig in Mathebüchern aufgetaucht ist, konnte ich bis jetzt nicht herausfinden. Ebenso wenig erschließt sich mir der Nutzen dieses Teils für die Grundschule. Seit Tausenden Jahren ging es schließlich auch ohne. Nur die negativen Auswirkungen auf kleine Kinder sind nicht zu übersehen und zu unterschätzen. Erst für "höhere" Mathematik wie Diagramme oder Kurvendiskussion ist er notwendig.

Der Zahlenstrahl ist ein gleichbleibendes, systemloses Teil, welches sich zum Schrecken einiger Kinder immer mehr verlängert und verlängert. (10000er Strahl, quer durchs Klassenzimmer!)

Da wir das Zehnersystem benutzen, muss nach dem Erreichen von 10 Einzelnen eine Bündelung zum nächst höheren erfolgen. Das ist am Zahlenstrahl für Kinder nicht erkennbar. Es erfolgt eine weitere Fortzählung, welche von den Kindern auswendig gelernt wird. Begünstigt wird dies durch die Namen der einzehn und zweizehn, welche "fälschlicherweise" elf und zwölf heißen. Die Kinder bekommen von unserem Zahlensystem eine völlig falsche Vorstellung. Die Kinder erkennen nicht, dass im Wort dreizehn drei Einer und ein Zehner "drinnstecken". Fragt man sie nach ihrem Bild von den Zahlen und vom Rechnen, wird erklärt, dass man den Zahlenstrahl bis 20 vor sich sieht und dort von einer Zahl um die jeweiligen Schritte nach links oder rechts geht; um dann zu schauen, welche Zahl(Ziffer) dort steht. Das dann Ängste vor einer Erweiterung des Zahlenstrahls entstehen, ist verständlich.

Kinder mit dieser falschen Vorstellung vom Zahlensystem werden oft nicht erkannt, erhalten oft keine Hilfe und erhalten den Stempel "Rechenschwäche oder Dyskalkulie".

Erkennt ein Kind am Zahlenstrahl diese Zehnerbündelung nicht, erschließt sich ihm auch nicht diese tolle Erklärung der Zehnerüberschreitung im Mathebuch(links).



Es ist die Aufgabe 12-3 zu lösen. Das Kind betrachtet den Zahlenstrahl als fortlaufendes System. Es erscheint ihm nicht logisch WARUM es erst Zwei bis zur Zehn abziehen soll und davon noch die Eins. Man könnte doch einfach nur zurückzählen oder erst Eins abziehen und dann Zwei.

Am Abakus ist dieser Vorgang dagegen logisch nachvollziehbar. Erst entfernt man die zwei Einer und danach "zerstört" man durch Wegnahme eines Einers den vollen Zehner.

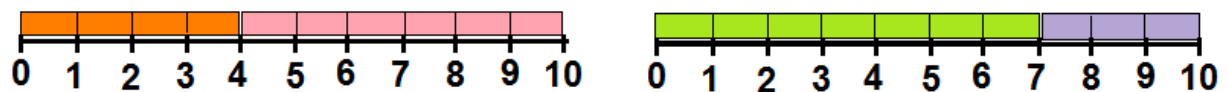
Der Zahlenstrahl ist nicht geeignet, um die 10er-Bündelung und damit unser Zehnersystem begreifbar und vorstellbar zu machen.

Dies geht einfach und schneller mit **praktischem** Material wie Legestäbchen, Rechenblöcken Abakus oder der Deckelrechenmaschine und mit kindgerechter Erklärung der Zahlwörter. Siehe dazu: Zahlensystem zum an- und begreifen.

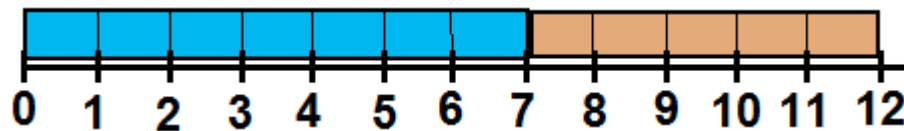
Noch mehr Verwirrung unter Schülern stiften Hundertertafeln und Abaken, auf denen der Zahlenstrahl aufgedruckt ist. Damit kann man nicht rechnen. Links ist ein normaler Abakus zu sehen, rechts einer mit aufgedruckten Zahlen. Gerechnet wird die Aufgabe 18-10. Zwei Wege stehen zur Verfügung. Wegnahme eines ganzen Zehners oder zwei Fünfer. Links erschließt sich logisch das Ergebnis. Rechts lautet das Ergebnis 11 bis 18 oder 6 bis 18 weniger 11 bis 15 oder eins aus acht nach freier Wahl?

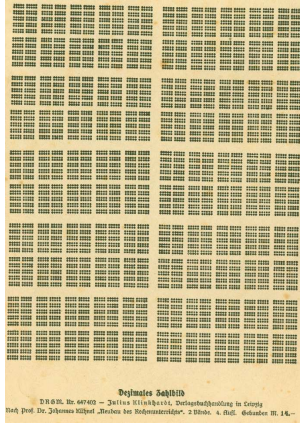
The diagram illustrates two ways to solve the subtraction problem 18 - 10 using an abacus. On the left, 18 beads (10 green, 8 orange) and 10 beads (5 green, 5 orange) are shown. The 10 beads are removed, leaving 8 beads. On the right, the same beads are shown with a number line (1-18) overlaid. The 10 beads are crossed out, and the question mark indicates confusion about the result.

Legestäbchen zum Ausfüllen der 10 und damit zum Erkennen der Paare wie 1/9, 2/8, 3/7 usw. sind sinnvoll.



Dieses Material über die 10 hinaus anzuwenden, verhindert wieder das Erkennen der 10er-Bündelung.

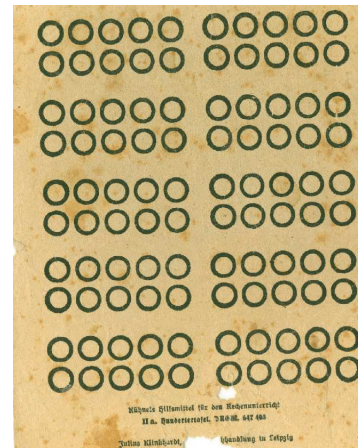




Bereits ca. 1930 gab es einen
"Neubau des Rechenunterrichts"
nach Prof. Dr. Johannes Kühnel

Verwendet wurden hier nicht nur
100er Tafeln, sondern auch
10 000er Tafeln.

Eine Renaissance diesbezüglich
wäre dringend notwendig.



Zum Schluss noch 12 Regeln zur Erziehung von mathematischen Versagern bzw. zur Züchtung der Dyskalkulie

- verheimliche einem Kind die 10er-Bündelung
- benutze nur den Zahlenstrahl
- lass es nur mit Ziffern und Zahlen arbeiten, nie mit praktischen Dingen
- erkläre und zeige ihm nie die praktischen Dinge, welche sich hinter den Rechenoperationen verbergen
- lass es keine eigenen Wege gehen, um zum Ziel einer Aufgabe zu kommen
- bestrafe logisches Denken und eigenständiges mathematisches Handeln
- verdonnere es dazu die Ergebnisse von Aufgaben auswendig zu lernen; es könnte sonst auf dem eigenen Lösungsweg ja etwas begreifen, neue Zusammenhänge erkennen oder seine Geschwindigkeit darin erhöhen
- verbiete ihm die Benutzung seiner Finger und nimm ihm damit ein Stück seiner Wahrnehmung und Gehirnfunktion; diese tragen meist dazu bei, erste Vorstellungen von Zahlen und Mengen zu bekommen, von der Benutzung als eigenständige Rechenmaschine für Plus, Minus, Mal und Durch bis 100 einmal abgesehen
- lehre reine Arithmetik (Zahlenkunde), aber keine Mathematik
- lass es Dinge rechnen, erkläre ihm aber nicht, wofür diese nützlich sind
- verstecke Rechenaufgabe sehr abwechslungsreich und geschickt in Bildern mit Blumen, Häusern, Steinen und anderem, welches sich auch der Hortnerin und den Eltern nicht erschließt und diese auch nicht mehr helfen können
- verwende Mathebücher, welche gleiche erklärende Sachverhalte grafisch immer wieder anders darstellen, um das Kind zu verwirren, statt klare Strukturen und Systeme zu schaffen
- nimm dir nicht Adam Ries zum Vorbild, welcher dem abstrakten Ziffernsystem sein vorstellbares Gesicht zurückgab
- halte unbeirrt an deiner Methode fest und schiebe die Schuld immer auf das Kind und deren Eltern

